

# BELLS OLIKHET PÅ RIGOLETTO<sup>1</sup>

Jag har blivit ombedd att tala om kvantmekaniska paradoxer, men vi har faktiskt ett jubileum att fira också, så jag börjar där.

## Äventyr på Helgoland

För hundra år sedan—någon av de första dagarna i juni år 1925—satt en ung man vid namn Werner Heisenberg på en klippa vid sydspetsen av ön Helgoland och väntade på att solen skulle gå upp. Vid tretiden på natten hade han avslutat en beräkning som visade att han kunde lita på en idé som han hade utvecklat för att beskriva atomernas struktur. Med hans egna ord:

Först var jag djupt orolig. Jag kände att jag såg genom atomfenomenens yta på ett egendomligt vackert inre, och kände mig nästan yr vid tanken på att jag nu måste utforska den rikedom av matematiska strukturer som naturen så frikostigt hade spridit ut framför mig. Jag var alltför upphetsad för att kunna sova, så i gryningen begav jag mig till öns sydspets, där det fanns en klippa som stack ut i havet. Jag hade längtat efter att bestiga den. Nu gjorde jag det utan större besvär, och väntade på soluppgången.

Heisenberg tillägger, med mer blygsamhet än vad historien egentligen påkallar, att det var Max Born och Pascual Jordan i Göttingen och Paul Dirac i Cambridge som skapade ett sammanhängande matematiskt ramverk kring upptäckten.

Och vad var då denna upptäckt? Den började i de laboratorier där man upptäckte att atomerna i upphettade gaser utsänder ljus med mycket speciella frekvenser. (Natriumlampans gula ljus är kanske bekant för läsaren.) För väteatomerna, som är de enklaste av alla och innehåller en enda elektron, hade man genom noggranna mätningar funnit hela serier av utsända frekvenser. Den först upptäckta serien består av synligt ljus med frekvenserna

---

<sup>1</sup>Föredrag på biografen Rigoletto, 12 februari 2025. Tack till Muhammad Sadiq för en intressant prislista.

$$\nu_{2,3} = \frac{c}{6560}, \quad \nu_{2,4} = \frac{c}{4860}, \quad \nu_{2,5} = \frac{c}{4340}, \dots$$

där nämnarna ges av ljusets våglängd mätta i Ångström ( $10^{-10}$  meter). Det finns liknande serier som börjar med  $\nu_{1,2}$ , etc. Man fann att alla dessa uppmätta frekvenser kan beskrivas av den häpnadsväckande formeln

$$\frac{\nu_{m,n}}{c} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

där  $\nu_{m,n}$  är en av de observerade frekvenserna,  $m$  och  $n$  är hela tal sådana att  $n$  är större än  $m$ ,  $c$  är ljusets hastighet, och  $R$  är en konstant uppkallad efter den lundensiske professorn Janne Rydberg. Tio år före Heisenbergs upptäckt hade Niels Bohr reproducerat denna formel på teoretisk väg genom att anta att elektronen rör sig i cirklar kring atomkärnan med speciellt utvalda omloppstider som ger mycket speciella frekvenser  $\nu_n$ . Ljus utsänds när elektronen "hoppas" mellan olika tillåtna banor, så att vi kan skriva  $\nu_{m,n} = \nu_m - \nu_n$ . Det fina med Bohrs modell var att man kunde använda den tillsammans med klassisk mekanik för att beräkna värdet på Rydbergs konstant. Det teoretiska värdet stämde mycket bra med det experimentellt uppmätta.

Efter denna framgång ville man naturligtvis teoretiskt förklara frekvensspektra för mer komplicerade atomer, man ville förklara de olika intensiteter som observeras, man ville förstå varför spektrum ändras om atomerna placeras i ett magnetfält, etc. Det gick så där. Det fanns en växande misstanke om att själva den klassiska mekanik som Bohrs modell vilade på måste modifieras och ersättas av något som Max Born — Heisenberg var Borns assistent vid universitetet i Göttingen — redan hade börjat kalla för "kvantmekanik".

Nu hade Heisenberg noga studerat hur Albert Einstein hade formulerat sin relativitetsteori. Einstein hade flera gånger betonat att den teoretiska fysiken måste bygga helt på observerbara storheter. Det slog Heisenberg att de elektronbanor som alla letade efter faktiskt inte kan observeras. Man observerar inte banfrekvenserna  $\nu_n$ , man observerar bara de frekvenskillnader  $\nu_{m,n}$  som förekommer i Rydbergs formel ovan. Han försökte därför ersätta elektronens läge och hastighet med stora tabeller över frekvenskillnaderna, d.v.s. läget  $x(t)$  för elektronen förvandlas till en tabell

$$x(t) = \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{pmatrix} .$$

Det blir oändligt många rader numrerade med heltalet  $m$  och oändligt många kolonner numrerade med heltalet  $n$ . I själva tabellen skulle endast observerbara storheter förekomma. Det finns liknande tabeller för elektronens impulser  $p(t) = m_e v(t)$ , där  $m_e$  är elektronmassan och  $v(t)$  dess hastighet.

Heisenberg hade onekligen börjat röra sig på en ny abstraktionsnivå. Hans tabeller ser inte ut att ha mycket att göra med Bohrs elektronbanor, men nu är ju dessa banor inte direkt observerbara, så detta var inget bekymmer i sig. Men för att göra sina beräkningar måste Heisenberg uppfinna ett sätt att multiplicera sådana tabeller med varandra. Han lyckades med det, men det avgörande testet var om hans framväxande teori stämde med lagen om energins bevarande. Det var det testet som han lyckades slutföra klockan tre på natten på Helgoland.

Det var ingen färdig teori som Heisenberg presenterade för Max Born när han kom tillbaka till Göttingen. Heisenberg själv reste vidare till Cambridge för att ge föredrag, men när Born studerade hans arbete närmare slog det honom att "tabellmultiplikationen" redan fanns beskriven av matematiker. Tillsammans med en annan av sina assistenter, Pascual Jordan, härledde han från Heisenbergs multiplikationsregler en mycket märklig formel. Kalla elektronens lägestabell för  $x$ , och dess hastighetstabell (eller mer exakt denna multiplicerad med elektronens massa) för  $p = mv$ . Då gäller enligt de regler som Heisenberg hade formulerat att

$$xp - px = \frac{ih}{2\pi} .$$

Här är  $i = \sqrt{-1}$  och  $h$  kallas för Plancks konstant, en konstant som hade införts vid århundradets början för att beskriva vad vi idag kallar ljusets kvantmekaniska egenskaper. Dess värde, uttryckt i de enheter som vi vanligen använder vid mätningar, har bestämts till

$$h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ kilogram} \times \text{meter}^2/\text{sekunder} .$$

Faktorn  $10^{-34}$  förklarar varför man måste gå ner till atomnivå för att se hur Plancks konstant är inbyggd i naturlagarna.

När Borns och Jordans märkliga formel väl fanns på bordet så hände sakerna slag i slag. Erwin Schrödinger upptäckte — helt oberoende av Göttingen-fysikernas ansträngningar — en alternativ formulering av kvantteorin som ofta är överlägsen när det gäller att göra beräkningar. Paul Dirac — som hade varit i publiken när Heisenberg föreläste i Cambridge — gjorde sambandet mellan de olika formuleringarna alldeles kristallklar. Det tog inte lång tid förrän man hade gjort rent hus med de flesta av de motsägelser som hade visat sig i Bohrs tidiga version av kvantteorin.

En kort tid efter sin upptäckt hade Heisenberg ett längre samtal med Albert Einstein i Berlin. Det visade sig då att Einstein för länge sedan hade övergett tanken att fysikaliska teorier måste grundas helt på observerbara storheter. Han medgav att han hade sagt någonting sådant, men menade nu att “ett gott skämt inte får upprepas för ofta”. Visserligen är det klokt att hålla i minnet vad som faktiskt har observerats, men det är teorin som avgör vad som kan observeras. Och därmed hade en diskussion kommit igång som skulle vara i hundra år, och som kanske kommer att fortsätta längre än så. Detta är desto märkligare eftersom kvantmekaniken har gjort ett veritabelt triumftåg genom fysiken. Dess flesta grenar vilar nu på denna teori. Det finns inga experiment som tyder på att den måste modifieras på något sätt. Men kanske skall oenigheten kring tolkningen av teorin uppfattas som en viskning från slaven på triumfvagnen?

### Komplementaritet

Vi skall inte uppehålla oss så mycket mer vid Heisenberg, men ett av hans resultat (från 1927) förtjänar att nämnas, nämligen osäkerhetsrelationen. Den är en direkt följd av Borns och Jordans märkliga formel, och brukar skrivas

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} .$$

Det finns en precis tolkning av denna olikhet, men här nöjer vi oss med att säga att  $\Delta x$  är osäkerheten i vår bestämning av en partikels läge  $x$ , och  $\Delta p$  är osäkerheten i vår bestämning av dess rörelsemängd  $p = mv$ . Poängen är att det inte är möjligt att reducera båda till noll samtidigt. Nu är  $h/4\pi \approx 10^{-33}$

kg×m/s och elektronens massa  $m_e \approx 10^{-30}$  kg, så vi ser att produkten av osäkerheterna i läge och hastighet blir många gånger större än atomens radie (som är någon Ångström,  $10^{-10}$  meter). Vi kan alltså inte beskriva elektronen som rörande sig i en bana inuti en atom. Å andra sidan är jordens massa ungefär  $10^{25}$  kg, så osäkerhetsrelationen var inget bekymmer för Newton.

Ett sätt att beskriva resultatet är att säga att läge och hastighet är komplementära storheter — perfekt kännedom om den ena utesluter perfekt kännedom om den andra. Så vi skriver om osäkerhetsrelationen, vagt men suggestivt, som

$$\Delta x \Delta p \neq 0 .$$

Läge och hastighet är två olika aspekter av elektronen, och perfekt kännedom om den ena utesluter perfekt kännedom om den andra. Vi kommer att stöta på fler exempel på komplementära storheter.

### Sannolikheten gör entré

Kvantmekaniken uppstod alltså som en modifiering av klassisk mekanik, framtvingad av experiment som utförts på atomer. Med början ungefär femtio år senare har det uppstått ett annat sätt att se på saken, enligt vilken kvantmekaniken framstår som en modifiering av klassisk sannolikhetsteori.

Låt oss börja med det allra enklaste fallet. Antag att en av två händelser kan inträffa. Sannolikheten för att observera den första är  $p_1$  och sannolikheten för att observera den andra är  $p_2$ , där  $p_1$  och  $p_2$  är två positiva tal som summerar till ett. Det är nu lite oklart vad som "menas" med sannolikhet. Ett sätt att tänka på saken är att om detta experiment upprepas tusen gånger förväntar vi oss att se ungefär  $p_1 \times 1000$  händelser av det första slaget, och ungefär  $p_2 \times 1000$  av det andra slaget. Detta leder till vad man kallar frekvenstolkningen av sannolikheter. Ett annat sätt att tänka är att  $p_1$  på något sätt kvantifierar hur säker en välinformerad person är på att den första händelsen kommer att inträffa. Detta leder till vad man kallar subjektiva tolkingar av sannolikheter. Vi väljer att glida förbi denna svårighet, och ser istället på hur hela bilden förändras av kvantmekaniken.

Som exempel på ett experiment med två möjliga utfall väljer vi mätningar av vad man kallar fotonpolarisation. Detta kräver några förklarande ord. En foton är en "ljuspartikel", och det är numera möjligt att både generera och

detektera enstaka fotoner i laboratoriet. Jag kommer snart att bortse från alla rent experimentella svårigheter, men det kan vara värt att känna till något om saken. Fotonkällan kan vara en "kvantprick", en liten halvledare med några nanometers diameter som exciteras av en laser. Med lämplig kringutrustning i form av fokuserande mikroskop med mera blir kostnaden för en sådan källa ungefär 300000 kronor. Ett billighetsalternativ är att använda en attenuerad laser, men då kan man inte garantera att det alltid är enstaka fotoner som genereras. Detektorer som är känsliga för enstaka fotoner är betydligt dyrare. Det finns detektorer som detekterar ett bra stycke över 90 procent av alla inkommande fotoner. Det finns kommersiellt tillgängliga detektorer med 80 procents effektivitet. De innehåller supraledande trådar av någon nanometers diameter, och inköpskostnaden blir någon miljon kronor. En sådan detektor fungerar bara om den kyls ner till vidpass 0.8 grader Kelvin. Ett billighetsalternativ är en kiselbaserad fotodiod med mellan 60 och 70 procents effektivitet, för blygsamma 200000 kronor styck.

Den teoretiska beskrivning som jag kommer att ge gäller faktiskt *alla* experiment som har två och endast två möjliga utfall. Anledningen till att jag väljer att tala om fotoner är att man för en när allt kommer omkring ganska måttlig kostnad faktiskt kan komma ganska nära det teoretiska idealet, nämligen 100 procents effektivitet. Och jag kommer för enkelhets skull anta att vi har uppnått denna gräns.

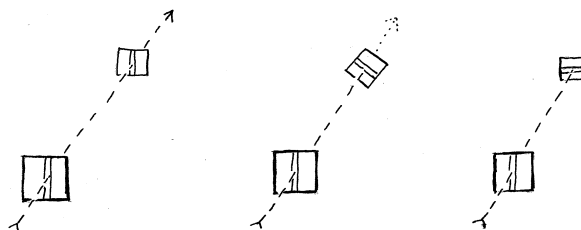


Figure 1: En foton som har passerat ett vertikalt orienterat polarisationsfilter passerar ett andra filter med sannolikheten ett, en halv, eller noll beroende på hur det andra filtret är orienterat relativt det första.

Om nu en foton passerar ett lämpligt orienterat filter säges den vara lineärt polariserad i den valda riktningen. Ställer vi ett andra, identiskt orienterat, filter i den lineärt polariserade fotonens väg så kommer den att passera det också — med säkerhet i vår teoretiskt idealiserade värld, och med

90 procents sannolikhet om vi har spenderat låt oss säga 8000 kronor/styck på inköp av bra filter. Men vad händer om vi vrider på vårt teoretiskt perfekta filter med en vinkel  $\varphi$ ? Det teoretiska svaret är att den lineärt polariserade fotonen kommer att passera det andra filtret med sannolikheten

$$p = \cos^2(\varphi) .$$

Speciellt, om vi vrider det andra filtret i 45 graders vinkel mot det första vet vi ingenting om utfallet — det är lika stor sannolikhet för att fotonen skall passera som att den inte gör det, eftersom  $\cos^2(45^\circ) = 1/2$ . Om vi vrider det andra filtret med nittio grader vet vi med säkerhet att fotonen inte passerar, eftersom  $\cos^2(90^\circ) = 0$ .

Vi har alltså ett nytt exempel på två komplementära egenskaper, nämligen egenskapen att passera två polarisationsfilter som har vridits i 45 graders vinkel mot varandra. Om ni så vill

$$\Delta(|\ )\Delta( /) \neq 0 .$$

Vi kanske har preparerat fotonen genom att låta den passera det första filtret. Vi har då ingen aning om huruvida den kommer att passera också det andra.

Det finns en annan poäng att göra här. En foton som har passerat ett vertikalt orienterat filter har egenskapen att den passerar alla följande vertikalt orienterade filter. Men antag att vi inte känner till det första filtrets orientering. Kan vi bestämma den okända riktningen genom att göra mätningar på vår foton? Det kan vi inte. Det bästa vi kan göra är att ställa ett nytt filter i dess väg. Passerar den detta filter vet vi att det första filtret inte var vinkelrätt däremot, men mycket mer kan vi inte säga.

Fotonens egenskap är alltså ganska svårfångad. Är detta en svaghet hos kvantmekaniken, eller är det så det måste vara?

## Snärjelse

Redan 1935 satte Einstein, Podolsky och Rosen fingret på en springande punkt. Författarnamnen brukar förkortas till EPR i detta sammanhang. Vi tänker oss nu en källa som sänder ut två fotoner, i motsatta horisontella riktningar. Dessa mäts, antingen bakom ett vertikalt orienterat filter eller bakom ett filter roterat 45 grader. Vi låter Alice och Bob sköta mätningarna, eftersom det låter trevligare än att tala om punkterna A och B. Det går nu

att arrangera källan så att om Alice finner att hennes foton har passerat det vertikala filtret så kommer Bob att finna att hans foton blockeras av ett vertikalt filter, och tvärtom. Samma gäller om de båda väljer det vridna filtret. Korrelationen mellan Alice och Bobs mätningar är alltså perfekt — om Alice vet vilket filter Bob tänker använda kan hon förutsäga hans resultat. Men detta har ett pris. Med ett sådant arrangemang är utfallet av varje enskild mätning som Alice och Bob gör helt obestämt — fotonparet har preparerats så att varje foton passerar vilket filter som helst med 50 procents sannolikhet.

Allt detta i teorin. Igen kan en god approximation av teorin åstadkommas i verkligheten utan allt för stora kostnader, vilket är fördelen med att arbeta med fotoner. Einstein, Podolsky, och Rosen resonerade i själva verket med Heisenbergs ursprungliga osäkerhetsrelation som utgångspunkt. Omformuleringen i termer av fotoner kom senare.

Vad är det nu som händer när fotonen passerar ett av Bobs filter? Avslöjar den en egenskap som den hade hela tiden? Eller får den en helt ny egenskap som den inte hade från början? EPR menade att eftersom resultatet kan förutsägas av Alice så måste det första alternativet gälla. Men det finns inte ett spår av någon sådan egenskap i den kvantmekaniska beskrivningen. EPR drog därför slutsatsen att kvantmekaniken är *ofullständig*, och att en bättre teori borde kunna formuleras.

Erwin Schrödinger reagerade snabbt på allt detta. Han fann, kan man säga, en ny slags komplementaritet. De två fotonerna som sänds ut från källan, enligt EPRs anvisningar, befinner sig i ett märkligt tillstånd. Gör man mätningar på fotonerna en och en säger teorin ingenting om resultatet, men den har mycket att säga om korrelationerna mellan de två mätningarna. Det märkliga är inte korrelationerna som sådana. Att Alice kan förutsäga Bobs resultat om de båda väljer att göra mätningarna med vertikalt orienterade filter är inte konstigt. Det märkliga är att Alice kan välja för vilken filterriktning förutsägelsen skall gälla, trots att vi tycks ha lärt oss att fullständig kunskap om den ena filterriktningen utesluter kunskap om den andra.

Schrödinger kallade fenomenet för “Verschränkung”, eller på engelska “entanglement”. På svenska blir det *snärjelse*. De två fotonerna är *snärjda*. Vi kan kanske säga att Schrödinger upptäckte en ny slags komplementaritet,

$$\Delta(\text{delarna})\Delta(\text{helheten}) \neq 0 .$$



Vi kan skaffa oss fullständig kunskap om vissa aspekter av delarna, eller fullständig kunskap om vissa aspekter av helheten, men den ena typen av kunskap utesluter den andra.

Därefter blev det tyst i några decennier. Alla var fullt upptagna med att följa kvantmekaniken triumftåg genom fysikens olika grenar, och nästan ingen brydde sig om dess mer filosofiska aspekter.

### Bells olikhet

Det dröjde till 1964 innan man kom vidare. Då publicerade John Bell en inträngande analys av EPR-argumentet. Einstein och hans medarbetare hade argumenterat för att det finns en fullständigare teori, som specificerar hur fotonen kommer att reagera för alla de olika filter den kan träffa på. Bell försökte argumentera för att en sådan teori kräver en ny slags verkan på avstånd mellan de två fotonerna, om den alls skall kunna fungera. Sådana resonemang var anatema för Einstein, men tyvärr kan vi inte veta hur han skulle ha svarat. Detta trots att Bells bevis är så enkelt (åtminstone i den av Clauser, Horne, Shimony och Holt polerade version som jag kommer till) att det mycket väl kunde ha formulerats redan 1935. Det är ofta svårt att upptäcka det enkla.

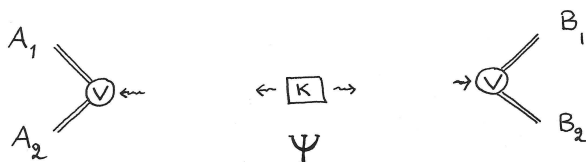


Figure 2: Ett Bellexperiment. Ett snärjt 2-fotontillstånd  $\Psi$  skapas vid källan. Den ena fotonen rör sig mot Alice och når en omkastare  $V$  som slumpvis dirigerar den mot en av två mätapparater. Mätningen  $A_1$  avgör om fotonen passerar ett vertikalt orienterat filter, mätningen  $A_2$  om den passerar ett filter vridet 45 grader. Den andra fotonen rör sig mot Bob, vars filter är orienterade på samma sätt som Alices. En del praktiska komplikationer har uteslutits från bilden.

Det remarkabla med Bells teorem var att dess slutsatser kan testas experimentellt, med en uppställning som skisseras i Figur 2. Experimentet görs inte bara en, utan ett stort antal gånger, så att vi kan göra statistik över utfallen. Det finns en källa som skickar en foton till Alice och en till Bob.

Varje gång gör Alice and Bob en av två möjliga mätningar på sina fotoner. Om fotonen passerar ett polarisationsfilter registrerar de +1 som resultat, om den inte passerar registrerar de -1. Valet av vilken mätning de skall göra görs av en vägväljare vars inställning bestäms av slumpen *efter* det att fotonerna har lämnat källan. Källan till de två fotonerna kan arrangeras så som EPR föreslog, vilket betyder att varken Alice eller Bob kan förutsäga sina resultat, men de kan i efterhand kontrollera hur resultaten är korrelerade med varandra. När det hela är klart samlar man ihop alla de fall där de mätningar som faktiskt gjordes var  $A_1$  och  $B_1$ , etc, och räknar ut medelvärdet för produkten av de erhållna resultaten. (Som alltså inte kan bli annat än  $\pm 1$  i varje enskilt fall.). Bell visade nu, utan att använda kvantmekaniken men under tre naturliga antaganden, att de medelvärden som man erhåller på detta sätt måste uppfylla olikheterna

$$-2 \leq \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_2 B_2 \rangle \leq 2 .$$

Om vi vet hur källan fungerar kan vi använda kvantmekaniken för att räkna ut samma medelvärden. Bells poäng var att om källan producerar ett par av fotoner som är snärjda på det sätt som anvisades av EPR så kommer man att finna att olikheten inte gäller — det vill säga, inte om kvantmekaniken är korrekt.

De tre antaganden som Bell gjorde var följande:

- Varje mätning avslöjar en egenskap som fotonen redan har.
- Alices val av mätning påverkar inte Bobs resultat.
- Medelvärdet  $\langle A_1 B_1 \rangle$  över de fall där  $A_1$  och  $B_1$  faktiskt mättes är lika med medelvärdet över samtliga fall.

Det finns, enligt det första antagandet, sexton möjliga fall att undersöka. Det första är (+++), fotonen kommer att svara med +1 i varje mätning. Vi ser att dessa fall kommer att bidra till medelvärdet med beloppet  $1+1+1-1 = 2$ .

Vi går igenom alla fall, och får en lista

$$\begin{array}{ll}
 (+ + +) : & 1 + 1 + 1 - 1 = 2 \\
 (+ + +- ) : & 1 - 1 + 1 + 1 = 2 \\
 \vdots & \vdots \\
 (+ + -- ) : & -1 - 1 - 1 + 1 = -2 \\
 \vdots & \vdots
 \end{array}$$

Det visar sig att olikheten gäller i varje enskilt fall, och därmed måste den också gälla för medelvärdet. Beviset är klart.

Men låt nu 2-fotontillståndet vara av det snärjda slag som EPR föreslog, och låt Alice och Bob göra mätningar med två polarisationsfilter vridna 45 grader relativt varandra. Man gör naturligtvis ett stort antal försök, och i vart och ett av dem görs två mätningar, det vill säga man får ett bidrag till något av medelvärdena i summan. Enligt kvantmekaniken skall resultatet bli

$$\langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle + \langle A_1 B_2 \rangle - \langle A_2 B_1 \rangle = 2\sqrt{2} .$$

Om kvantmekaniken är korrekt är minst ett av de antaganden som gick in i beviset av Bells olikhet fel.

Sådana experiment gjordes på 70-talet av bland andra John Clauser. En milstolpe i frågan om förbättrade experiment nåddes i början av 80-talet av Alan Aspect's forskargrupp i Paris. Svårigheterna är stora. Det första är att man vill att valet av vilka mätningar som görs skall ske medan fotonen redan är på väg. Detta för att garantera att vårt andra antagande håller — vi tar nämligen för givet att ingenting färdas snabbare än ljuset. Det andra är att vi måste garantera att en tillräckligt hög andel av fotonerna faktiskt detekteras. Om inte skulle man kunna hävda att det är något speciellt med de fotonpar som bidrar till det experimentellt uppmätta medelvärdet. Tre helt avgörande experiment gjordes år 2015, av tre olika forskargrupper. Vi kan nu med säkerhet säga att kvantmekaniken är korrekt i detta fall, varför något av de antaganden vi gjorde måste vara fel.

### Vad bör göras?

Vilket av våra tre antaganden är mest suspekt? Ger vi upp det första leds vi till slutsatsen att fotonen inte har den relevanta egenskapen förrän efter

det att mätningen har gjorts. Vårt fotonpar kan inte ha egenskaperna ( $A_1 = +, A_2 = +, B_1 = +, B_2 = +$ ). Om Alice mäter  $A_1$  och Bob mäter  $B_2$  (och får plus i båda fallen) så får fotonerna egenskaperna ( $A_1 = +, B_2 = +$ ). I den situationen vet Alice att *om* Bob hade mätt  $B_1$  så hade hans foton fått egenskapen  $B_1 = -$ . Men eftersom denna händelse inte inträffade kan vi bortse från den. Vi måste bortse från den. Ernst Specker, en schweizisk matematiker som också var lekmanpredikant, formulerade frågan som den om huruvida Gud kan veta utfallet av alla händelser, också de som kunde ha inträffat men inte gjorde det. Han visade, med ett argument som skiljer sig något från Bells, att svaret måste bli “nej” om kvantmekaniken är korrekt.

Om vi släpper det andra antaganden leds vi till att tro att något slags inflytande färdas mellan Alice och Bob med en hastighet som överskrider fotonernas (alltså ljushastigheten). Man skulle då ha vad Einstein kallade en spöklik avståndsverkan, eller för att tala danska något slags spøgelse här. Bell var intresserad av den möjligheten. Einstein menade att den måste undvikas till varje pris. Men det är att märka att en sådan avståndsverkan verkligen är spöklik. Alice kan förutsäga vilket resultat Bob kommer att få på en given mätning. Men Bob kan inte veta någonting om detta förrän Alice talar om det för honom, via vanliga kanaler. Allt han vet fram tills dess är att han fick ett av två lika möjliga resultat. Det finns alltså inte någon “EPR-telefon” som tillåter oss att sända signaler i överljusfart.

Det tredje antagandet verkar kanske lite mer abstrakt. Men vad vi antar är att vi kan slumpvis välja ut några händelser från en större mängd av händelser, utan att påverka några statistiska resonemang. Släpper vi det blir alla stickprovsundersökningar, och med dem nästan all statistik, meningslösa. Möjligen kan man påpeka att vår beskrivning utgår från att fotonernas egenskaper uppstår när de skapas, det vill säga vi betraktar frågan som en fråga om begynnelsevillkor. Om fotonernas egenskaper bestäms i framtiden kommer saken i ett annat läge. Men skulle vi komma i ett sådant läge så måste nog nästan alla fysikaliska teorier skrivas om.

Det finns en annan svårighet här. Kvantmekaniken gör anspråk på att vara en *universell* teori. Som ortodox fysiker måste jag hävda att inte bara fotoner utan också till exempel ishockeypuckar är kvantmekaniska objekt. Så hur kommer det sig att ingen av de komplikationer jag har beskrivit dyker upp vid studiet av ishockeypuckar? Svaret på den frågan är inte enkelt, men det har att göra med att mycket få av alla de aspekter man kan lägga på de  $10^{24}$  atomerna i en ishockeypuck är av intresse. Det är också

så att ishockey pucken är hopplöst snärjd med sin omgivning, i Schrödingers tekniska mening. Kvantmekaniska egenskaper skulle då manifesteras om man studerar korrelationer mellan mätningar utförda dels på ishockey pucken, dels på dess omgivning — som är så pass komplicerad att vi absolut inte har för avsikt att studera den i detalj.

Det finns en helt annan möjlig reaktion på Bells resultat. Är det kanske praktiskt användbart? Låt Alice ha hand om källan, och se till att den producerar EPRs snärjda 2-fotontillstånd  $\Psi$ . Alice och Bob väljer som vanligt mellan två olika mätningar, och de vet att de fick perfekt korrelerade resultat varje gång som de valde samma orientering på sina filter. När experimentet är över talar Alice om för Bob vilka orienteringar hon använde, och sedan talar Bob om för Alice vid vilka tillfällen hon använde samma orientering. De sorterar bort alla andra resultat, och sitter nu med identiska kopior av en sekvens av slumpvis valda ettor och nollor. Det råkar vara vad de behöver för att göra en nyckel till ett obrytbart chiffer. Notera att ingen information om hur sekvensen faktiskt ser ut har utväxlats. En utomstående vet alltså ingenting om den. Hon skulle naturligtvis kunna göra en hemlig mätning på den foton som är på väg till Bob, men allt hon då får reda på är hur den reagerar för ett visst slags filter. Och den mätningen hon gör kommer att förstöra den perfekta korrelationen mellan Alices och Bobs resultat. De kan alltså testa om någon har tjuvlyssnat, genom att Alice skickar någon del av sin sekvens till Bob. Om den inte stämmer med motsvarande del av Bobs vet de att någon har lyssnat, och gör om försöket.

Denna oväntade praktiska tillämpning av våra mer eller mindre filosofiska resonemang föreslogs av Bennett och Brassard 1984, och var startsignalen för ett område av tillämpad fysik som numera går under namnet “kvantkommunikation”.

### **Var har vi hamnat?**

Så finns det någon slutsats? Redan Newtons fysik innehöll märkligheter som nog inte kan sägas ha blivit förstådda förrän långt senare, när de kunde betraktas utifrån, från kvantmekanikens eller relativitetsteoriens perspektiv. Kanske måste vi se också kvantmekaniken utifrån, för att förstå den på rätt sätt. Men där är vi inte ännu.

Jag lämnar över ordet till Göran Lindblad, en svensk fysiker som lämnade viktiga bidrag till den renässans som kvantfysiken genomgick under det senaste

halvseklet, och till det synsätt som ser kvantteorin som en variant av sannolikheteeteorin snarare än som en variant av mekaniken:

Ett skäl för kvantteorins framgångar är att den egentligen inte är en teori alls. I sig själv förutsäger den inte mycket. Den är snarare ett allmänt matematiskt schema som tillåter oss att bygga modeller av verkliga fysikaliska system, och som ger mycket frihet åt teoretikern.

Man kan kanske se kvantteorin som analog med operativsystemet i din dator. Detta tillåter dig att köra ett stort antal applikationer, allt du måste göra är att se till att du inte bryter mot de grundläggande axiomen.

Vad som är verkligt svårt att förstå med kvantteorin är att den har förblivit det enda livskraftiga “operativsystemet” för fysiken sedan vågmekaniken och kvantmekaniken introducerades av Schrödinger och Heisenberg.

Jag vet inte om jag håller med, men det är en synpunkt.